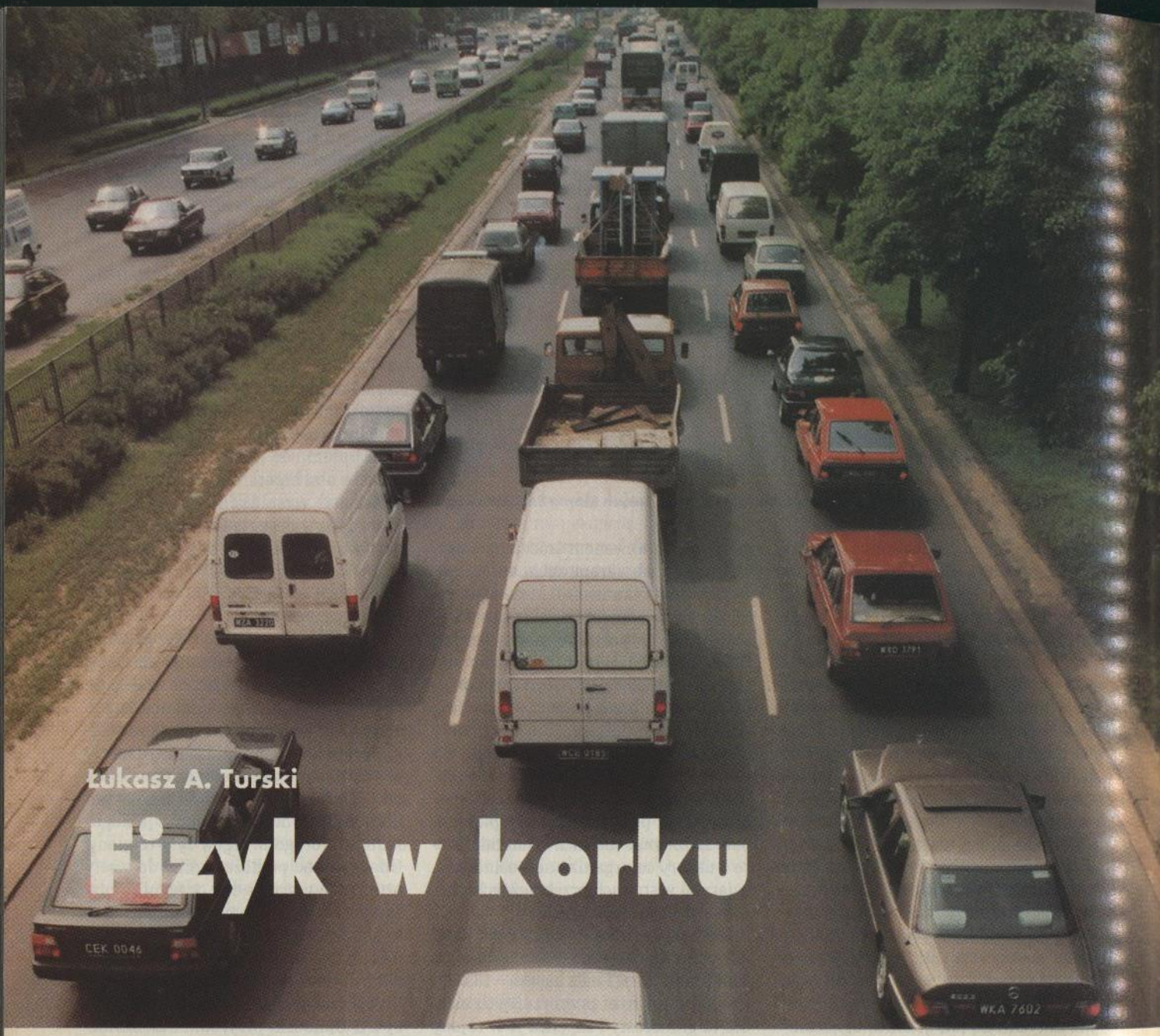


Łukasz A. Turski

Fizyk w korku

Prosta analiza zjawiska, jakim jest korek uliczny, wymagająca szkolnej wiedzy pozwala zadziwiająco dobrze je opisać i zrozumieć.

W dniu, w którym w Warszawie ruszyło metro, tkwiłem w korku samochodowym na jednej z „przelotowych" arterii stolicy. Po kilku minutach ustąpiły oznaki szału, którego zwykle doświadczam, kiedy nie mogę szybko (po to mam samochód) dojechać do pracy, zacząłem więc interesować się strukturą takiego korka.

Zadziwiło mnie, że przerwy w strumieniu samochodów jadących ulicą, ich pogrupowanie, zbijanie się w lokalne „stada", nie były związane (tym razem!) z jakimś wypadkiem, robotami drogowymi czy fatalną pogodą. Korek powstawał i trwał, a następnie rozpływał się „sam z siebie". Gdy coś takiego – samo z siebie – pojawia się w układzie wielu obiektów (w fizyce mówimy wielu ciał), oznacza to, że mamy do czynienia z jednym ze zjawisk kolektywnych powstających na skutek oddziaływań pomiędzy tymi obiektami. Takim zjawiskiem kolektywnym prowadzącym do grupowania się obiektów wzdłuż czegoś w rodzaju szosy jest na przykład stojąca fala akustyczna w gazie wypełniającym rurę.

W szkole średniej, w lepiej prowadzonych pracowniach, a także w laboratoriach studenckich na uniwersytetach, przeprowadzamy doświadczenie z tzw. rurą Kundta. Rozsypany w niej sproszkowany korek (no właśnie) grupuje się w strzałkach fali stojącej wytworzonej w powietrzu wypełniającym rurę. Oddziaływaniami pomiędzy atomami i cząstkami powietrza odpowiedzialnymi za powstawanie fal dźwiękowych, a tym samym za te „korki w korku" w rurze Kundta, są zderzenia międzyatomowe.

Akurat i na szczęście zderzenia nie są najczęstszym zjawiskiem w ruchu samochodowym. Musi więc istnieć jakiś inny mechanizm prowadzący do powstawania zagęszczeń i rozrzedzeń

w „sznurze samochodów", który teraz, wbrew piosence z czasów mej młodości, „jest dla nas". Na dobre i na złe. Mechanizmem tym jest unikanie zderzenia, czyli działanie kierowców starających się zachować bezpieczny odstęp pomiędzy samochodami i wynikające stąd konsekwencje dla ruchu kolumny aut; ruchu przypominającego przepływ płynu przez rurę, wraz z różnymi jego stanami: przepływem laminarnym, turbulentnym, intermitentnym itp.

Tylko w niewielu publikacjach można znaleźć informacje dotyczące fizyki ruchu samochodu. W doskonałej książce Krzysztofa Ernsta o fizyce w sporcie[1] jest rozdział poświęcony fizyce ruchu jednego samochodu. Warto go przeczytać przed wizytą w salonie samochodowym. Trzeba bowiem wiedzieć, co to jest ten współczynnik C_w, zanim skorzystamy z dobrodziejstwa „kontyngentu".

W tym artykule chciałbym naszkicować oparte na elementarnej fizyce szkolnej rozważania, które pomogą zrozumieć wiele zjawisk codziennie widzianych na szosach i ulicach. Okazuje się, że z prostej kinematyki i praw ruchu jednostajnie opóźnionego można wydedukować, dlaczego warto było na Marszałkowskiej cały jeden pas tej ulicy przeznaczyć dla autobusów.

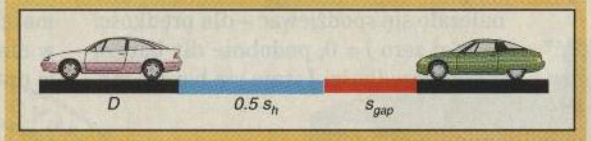
Takie proste rozważania pozwalają wykonać jakościowo poprawny opis i nieźle zgadzają się z bardziej skomplikowanymi teoriami transportu samochodowego. Byłem mile zaskoczony, gdy w którymś z ostatnich numerów „Physical Review", jednego z najpoważniejszych czasopism naukowych poświęconych fizyce, znalazłem dwie prace dwu różnych grup badawczych z Japonii omawiające właśnie problem samopowstawania struktur w ruchu drogowym. Japończycy, używając bardzo potężnych metod teoretycznych, na przykład teorii automatów komórkowych, otrzymują wyniki nie tak różne od moich. No to zaczynajmy.

Podstawowe pytanie, które winien stawiać sobie obecnie projektant nowej drogi, autostrady czy ulicy, dotyczy takiego dobrania jej parametrów, szerokości i liczby pasm ruchu, by nie została natychmiast zakorkowana na amen. Ile i jakich samochodów poruszać się będzie po tej drodze, jak asymetryczny jest ruch (to znaczy, czy w godzinach rannych gros pojazdów będzie się poruszać w jedną stronę, a wieczorem w drugą – co umożliwia odpowiednią zmianę pasm ruchu itp.). Zwykle taki realistyczny model niełatwo zbudować i bardzo trudno przeanalizować. Inżynieria ruchu jest więc przedmiotem wymagającym zaangażowania poważnych metod matematycznych, w tym bardzo skomplikowanych symulacji komputerowych. Można jednak pokusić się o zbudowanie prostego modelu.

W naszym modelu przeanalizuję najpierw sytuację na drodze składającej się z jednego lub wielu niezależnych pasm ruchu. Rozumiem przez to, że poruszanie się pojazdów po jednym pasmie nie ma wpływu na to, co się dzieje na pozostałych. Po tym jednym pasmie (szosie) poruszają się identyczne samochody, to znaczy o jednakowej długości D i z tą samą prędkością v.

Fizycy powiedzieliby, że buduję model jednowymiarowy – nie uwzględniam bowiem poruszania się samochodu „w poprzek". Z praktyki kierowcy wiem, że to właśnie ci „dwuwymiarowi" kierowcy powodują szalone perturbacje na szosie. Przyznaję się, że sam jestem takim dwuwymiarowcem, szczególnie na stołecznych ulicach. Warszawscy kierowcy uwielbiają bowiem blokować lewe, szybkie pasmo, zajmując je na kilka kilometrów przed planowanym skrętem w lewo.

Kandydaci na kierowców uczeni są przez instruktorów (można to też przeczytać w różnych podręcznikach), że samochody powinny poruszać się w bezpiecznej odległości jeden za drugim.



Ryc. 1. Bezpieczna odległość między samochodami

Bezpieczną odległość często określa reguła: jedna długość samochodu na każde 20 km/h jego prędkości. Ciekawe, że wartość ta zależy od kraju, w którym reguła jest podawana do „wierzenia". Na przykład w USA jest to 10 mil/h (ok. 16 km/h). Inna powszechna reguła tego typu to: odległość między samochodami powinna być równa drodze przebywanej przez nie w czasie 2 sekund. Ta reguła jest znacznie bezpieczniejsza: przy tej samej prędkości samochodu każe zachować większe odległości. (Przy 100 km/h pierwsza reguła daje dla czterometrowego samochodu odległość równą 20 m, druga – 56 m.)

Czy reguły tego typu pozostają w zgodzie z prawami fizyki? Wynika z nich bowiem, że bezpieczna odległość między samochodami zależy liniowo od prędkości (dwa razy większa prędkość, dwa razy większa odległość). Prawa mechaniki pouczają nas natomiast, że odległość bezpieczna zależy od kwadratu prędkości pojazdu. Jak można dojść do takiej konkluzji?

Po pierwsze, trzeba się zastanowić nad definicją bezpiecznej odległości. Jeżeli jadę za samochodem, to ewentualną przeszkodę na drodze (dziurę w jezdni, leżącego pijaka) najpierw zauważy zapewne mój poprzednik. Człowiek jest naturalnym gapą i pomiędzy zauważeniem przeszkody a naciśnięciem hamulca musi upłynąć pewien czas – czas gapiostwa lub reakcji t_{gap}. Czas ten zależy od konkretnego człowieka, jego stanu trzeźwości, pogody i wielu innych czynników. Niewątpliwie jest on zmienną losową; jadącemu samochodowi i jego kierowcy powinniśmy przypisać czas t_{gap} z jakiejś próbki statystycznej. Czasy reakcji są badane, znany jest też ich rozkład. Analiza takich rozkładów wskazuje, że mają one charakterystyczne i wyraźne maksimum w pobliżu 0.5 – 0.6 s. Kierowcy rajdowi, wyścigowi, piloci samolotów, szermierze, pingpongiści lokują się na lewo od tej wartości – są szybsi.

W moim prostym modelu założę, że czas gapiostwa wszystkich kierowców jest taki sam. Jeżeli mój poprzednik zauważy przeszkodę, to upłynie t_{gap}, zanim uruchomi hamulce, oczywiście w tym momencie i ja powinienem rozpocząć hamowanie. Ale jeżeli odległość między nami będzie równa drodze pokonywanej przez mój samochód w czasie t_{gap}, to zderzenia zapewne nie uniknę (i to ja będę płacił, bo najechałem z tyłu). Odległość pokonana w czasie gapiostwa wynosi $s_{gap} = v_{pocz}\, t_{gap}$, co w naszym przykładzie daje 14 m.

Bezpieczna sytuacja zacznie się dopiero wtedy, gdy oprócz s_{gap} uwzględnimy drogę hamowania, jaką musi pokonać przed zatrzymaniem samochód jadący z prędkością początkową v_{pocz}, jeżeli hamowany jest z opóźnieniem a. Wygodnie jest wszystkie przyspieszenia i opóźnienia podawać jako wielokrotności przyspieszenia ziemskiego g. Z praw ruchu jednostajnie przyspieszonego (opóźnionego) wynika (jest to naprawdę przekształcenie na poziomie ostatniej klasy szkoły podstawowej),

że droga hamowania $s_h = v^2_{pocz}/2a$. Jeżeli samochód porusza się z prędkością 100 km/h i opóźnienie ruchu wynosi 0.6 g, to $s_h \approx 64$ m. Bezpieczna odległość między pojazdami (ryc. 1) to w naszym modelu $s_b = s_{gap} + s_h/2$ (drogę hamowania należy podzielić przez dwa, ponieważ hamują oba samochody).

W naszym przykładzie s_b wynosi 75 m i jest bardzo bliska wyniku uzyskanego z liniowej reguły „2 sekund". Na ryc. 2 pokazałem porównanie wyniku oceny bezpiecznej odległości między samochodami wynikające z reguły „2 sekund" i z naszego modelu dla dwu czasów gapiostwa kierowcy 0.5 s (model 1) i 0.6 s (model 2). Rysunek wyjaśnia, dlaczego dla małych prędkości reguła „2 sekund" jest „bezpieczniejsza" i dlaczego zawodzi przy dużych prędkościach.

Już prawie uporałem się z problemem bezpiecznej odległości, pozostaje tylko wyjaśnić, skąd wziąłem opóźnienie 0.6 g. Otóż dużo na ten temat można dowiedzieć się ze wspomnianej książki Krzysztofa Ernsta. Na przykład, jak opony samochodowe oddziałują z szosą, jakie są opory ruchu itp. Korzystając ze szkolnej definicji współczynnika tarcia, możemy oszacować opóźnienie jako współczynnik tarcia f pomnożony przez przyspieszenie ziemskie. Współczynnik tarcia zależy od wielu czynników, między innymi od własności opony, typu nawierzchni itp. Korzystam z współczynnika 0.6, ponieważ odpowiada on, mniej lub bardziej wiernie, sytuacji hamowania smochodu na suchej szosie z prędkością początkową około 100 km/h.

Jak należy mierzyć „przepustowość" drogi? Rysujemy na jezdni linię i liczymy, ile samochodów przejeżdża przez nią w jednostce czasu – jest to tzw. Lagrange'owski opis znany z hydrodynamiki (czasami można zaobserwować ułożony w poprzek drogi kabel; uderzenie kół o niego powoduje automatyczne zliczenie). Tak zdefiniowaną wielkość, czyli natężenie ruchu samochodów, oznaczymy jako J. Ponieważ założyliśmy, że wszystkie samochody jadą z tą samą prędkością i wszyscy kierowcy są tak samo gapowaci, to natężenie ruchu samochodów J jest równe ilorazowi prędkości samochodów v przez „objętość" zajmowaną przez samochód na drodze. Ta objętość (w naszym modelu jednowymiarowym po prostu długość) S to dokładnie suma bezpiecznej odległości pomiędzy samochodami i długości samochodu. (Nasz model przypomina trochę znany z teorii płynów model o ładnej nazwie objętości wyłączonej).

Możemy więc napisać teraz podstawowe równanie naszej teorii komunikacji samochodowej, a mianowicie:

$$J = \frac{\text{liczba samochodów}}{\text{sekunda}} = \frac{v}{S}$$

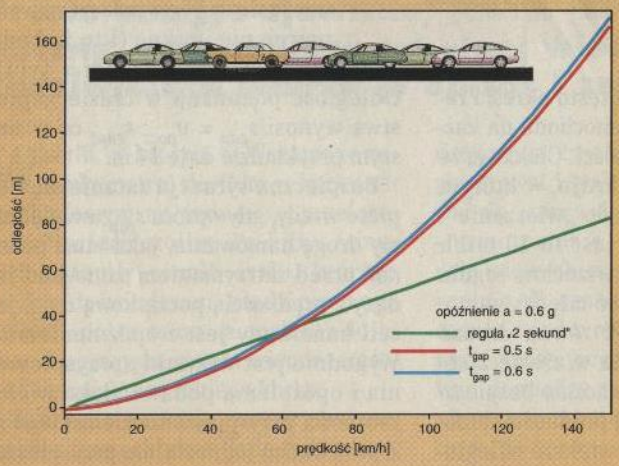
Ponieważ

$$S = s_{gap} + s_h/2 + D = vt_{gap} + v^2/4a + D,$$

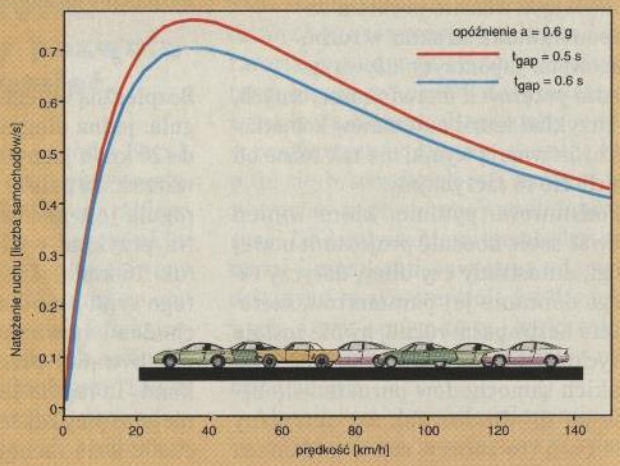
więc J jest funkcją jednej zmiennej: prędkości. Analiza przebiegu tej funkcji jest szalenie prosta, można w tym celu albo posłużyć się wiedzą z matematyki szkolnej, albo jednym z ogólnie dostępnych programów komputerowych służących do tego celu. Na ryc. 3 pokazałem przebieg tej funkcji dla $a = 0.6\,g$ i $D = 4$ m, oraz $t_{gap} = 0.5$ i 0.6 s. Jak należało się spodziewać – dla prędkości równej zero $J = 0$, podobnie dla bardzo dużych prędkości J staje się bardzo mały. Dzieje się tak dlatego, że nasi idealni, jednakowi kierowcy starają się zachować bezpieczną odległość także przy bardzo dużych prędkościach; oznacza to wzrost odległości między samochodami. Najciekawsze jest to, że maksimum J występuje dla prędkości $v_{max} = 2\sqrt{aD}$ niezależnej od czasu gapiostwa. W naszym zadaniu otrzymałem $v_{max} = 35$ km/h. Maksymalna wartość natężenia ruchu odpowiadająca tej prędkości wynosi $J_{max} = 0.75$ samochodu/sekundę. Tak więc nie tylko skonstruowaliśmy model, ale i go rozwiązaliśmy. Co z tym teraz dalej zrobić?

Ponieważ $J(v)$ ma maksimum, to największą przepustowość drogi osiągniemy dbając, aby samochody poruszały się z prędkością v_{max}. Maksymalna liczba ludzi, których można przewieźć tą drogą na przykład w ciągu godziny, równa się 0.75 samochodu/s × 3600 s × 4 pasażerów = 10 800 osób. Jest to znacznie przesadzona liczba, ponieważ niewiele samochodów przewozi 4 pasażerów. Poczynione założenie o niezależności poszczególnych pasm ruchu pozwala nam teraz od razu powiedzieć, że czteropasmowa autostrada zwiększy przepustowość niemal do 44 tys. osób. [2]

Ciekawy jest wynik obliczenia bezpiecznej odległości samochodów s_b odpowiadającej prędkości maksymalnej v_{max}. Okazuje sie, że $S_b = 9.3$ m, a więc nieco więcej niż dwie długości samochodu i tyle, ile w ciągu sekundy przejeżdża samochód poruszający się z prędkością v_{max}. Tak więc reguły podawane w podręcznikach dla kierowców mają swoje uzasadnienie, ale nie tyle w maksymalizacji bezpieczeństwa, ile w optymalizacji przepustowości drogi.



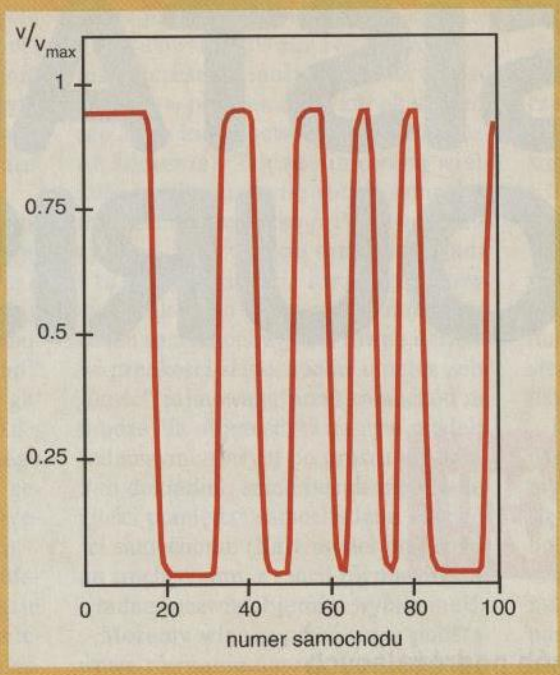
Ryc. 2. Porównanie bezpiecznych odległości między samochodami dla różnych modeli



Ryc. 3. Strumień samochodów w jednopasmowym modelu ruchu

Umieszczone wzdłuż eksperymentalnego odcinka autostrady z Kolonii do Düren (Nadrenia Westfalia) elektroniczne tablice wyświetlają, między innymi, sugerowaną prędkość jazdy, która ma optymalizować przepustowość autostrady i tym samym minimalizować czas przejazdu wszystkich kierowców!

Przedstawiony model natychmiast pozwala wyjaśnić sens tworzenia na przelotowych arteriach miast pasm ruchu wyłącznie dla autobusów. Jeżeli w naszym zadaniu zamienimy długość samochodu 4 m na długość autobusu 10 m, to otrzymamy v_{max} = 55 km/h. Maksymalna liczba autobusów na jednostkę czasu wyniesie teraz 0.55 autobusu/s. Ponieważ autobus zabiera około 70 osób, to maksymalna przepustowość pasma autobusowego wynosi 138 600 pasażerów, niemal 13-krotnie więcej w porównaniu z przelotowością pasma dla samochodów osobowych! Dopuszczenie do ruchu na wyłączonych pasmach innych pojazdów uprzywilejowanych (poza sporadycznym ich wykorzystaniem przez policję, straż pożarną czy pogotowie ratunkowe) powoduje drastyczne obniżenie tych wskaźników.



Ryc. 4. Samochody zbijają się w „paczki". Na osi pionowej zaznaczono prędkość w jednostkach v/v_{max}

Najciekawszym wynikiem naszego modelu jest niezależność maksymalnej prędkości od czasu gapiostwa. Zależy ona natomiast od opóźnienia a, to jest od tego, jak „ostro" może hamować samochód. W naszym przykładzie, jeżeli zwiększymy a z 0.6 do 1.2 g, to prędkość maksymalna wzrośnie do 50 km/h, a J_{max} = 0.92 samochodów/s. Wyraźnemu zwiększeniu ulegnie też przepustowość maksymalna, osiągając przeszło 13 tys. osób na godzinę. Gdybyśmy nadal zwiększali wartość opóźnienia a na przykład do 3 g, to otrzymalibyśmy v_{max} = 78 km/h i J_{max} = 1.15 samochodów/s. Łatwo stwierdzić, że J_{max} jest ograniczone od góry przez odwrotność czasu gapiostwa. Zwiększanie wartości opóźnienia ma ograniczenie fizyczne. Jedną z poważnych barier (oprócz tych wynikających z fizyki zjawiska hamowania) jest wpływ przyspieszenia na ludzki organizm. Gwałtowne hamowanie nie może zagrozić zdrowiu i życiu pasażerów.

Starałem się skonstruować bardzo prosty model dynamiki ruchu wielu samochodów. Jak ma się on do rzeczywistości? Okazuje sie, że całkiem nieźle. Prawdziwe pomiary wykonywane na wielu autostradach i ulicach przelotowych miast amerykańskich (znacznie mniej jest tam „dwuwymiarowych" kierowców) wykazują, że nasza teoria sprawdza się dość dobrze do prędkości około 70 km/h i strumienia około 2000 samochodów/h. Potem zaczyna się „coś psuć". Strumień samochodów przestaje być, jak mówią koledzy hydrodynamicy, laminarny; pojawiają sie zagęszczenia, rozrzedzenia, prędkość niektórych grup samochodów maleje, a innych rośnie. Obserwujemy takie zjawiska, jak wspomniany na początku korek w Warszawie, który sprowokował mnie do napisania tego artykułu.

Czy można więc ulepszyć nasz model? Oczywiście, tak. Uogólnienie powinno być takie, żeby nasze wyniki pojawiły sie w nim jako przypadek szczególny. Najprostsze uogólnienie polega na zastąpieniu równań kinematycznych, rządzących ruchem pojazdów, równaniami ruchu. Nadal rozważając identyczne samochody możemy napisać równanie ruchu n-tego auta w postaci:

$$a_n = \alpha\,[V(x_{n+1} - x_n) - v_n]$$

gdzie a_n jest przyspieszeniem n-tego samochodu, v_n jest jego prędkością, x_n oznacza położenie n-tego samochodu na szosie, α jest współczynnikiem analogicznym do odwrotności czasu t_{gap}. Funkcja $V(x_{n+1} - x_n)$ opisuje tzw. prędkość legalną, tj. zależność prędkości samochodu od odległości od poprzednika na drodze. V jest funkcją monotonicznie rosnącą i w przyjętym modelu osiąga wartość maksymalną dla bardzo dużej (nieskończonej) odległości między samochodami.

Inwencji badaczy zawdzięczamy wiele mniej lub bardziej sensownych modeli tej zależności. Model oparty na takim równaniu ruchu daje się zbadać, na przykład za pomocą symulacji numerycznej. Wyniki takiej symulacji opublikowano ostatnio w „Physical Review".[3] W pracy tej wyniki naszego modelu pojawiają sie jako podstawowe przybliżenie – tzw. stan ustalony. Ryc. 4 pokazuje, w jaki sposób w przepływie samochodów wzdłuż pasma ruchu następuje zbijanie się samochodów w „paczki" o różnej prędkości. Najciekawsze, z punktu widzenia naszego modelu, jest to, że dla szerokiej klasy modeli, sensownej prędkości legalnej i czasu gapiostwa maksymalna wartość J_{max} wynosi 0.41 samochodów/s. Jest to wynik bardzo bliski naszych przewidywań.

Wspomniałem już, że istnieją modele bardziej skomplikowane od naszego, wykorzystujące na przykład automaty komórkowe. Są one na pewno ważnym wkładem w teorię komunikacji drogowej. Moim zamiarem było pokazanie, że nawet bardzo prosta analiza, oparta na wiedzy wyniesionej z liceum, może przynieść zadziwiająco dobre zrozumienie zjawiska i niezłe oceny ilościowe. Nawet jeżeli dotyczy to korków samochodowych. Innymi słowy – nawet w korku korzystajmy z fizyki.

ŁUKASZ A. TURSKI

[1] Krzysztof Ernst, *Fizyka sportu*, PWN, Warszawa, 1992.

[2] Wynik ten potwierdzają doświadczenia dotyczące czasu potrzebnego na opuszczenie stadionu baseballowego. W USA stadiony takie budowane są zwykle przy szerokich wielopasmowych autostradach lub drogach szybkiego ruchu. Zwykle można śmiało zajadać parówki lub popcorn przez godzinę, dwie po meczu, jeżeli nie chce się tkwić w nagrzanym samochodzie stojącym w korku.

[3] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, S. Shibata, Y. Sugiyama, „Physical Review". E51, 1035 (1995)

Prof. dr hab. ŁUKASZ A. TURSKI jest dyrektorem Centrum Fizyki Teoretycznej Polskiej Akademii Nauk w Warszawie.